

基于均匀圆阵的信号源 DOA 和多普勒频率估计算法

黄浩学, 吴嗣亮

(北京理工大学电子工程系, 北京 100081)

摘要: 本文研究均匀圆形阵列的信号处理问题, 提出了一种同时估计空间非相关信号源方位角、俯仰角和多普勒频率的算法. 该方法对均匀圆形阵列的输出信号进行模式激励, 使其阵列流形具有类似于均匀线性阵列的形式; 在此基础上, 特征分解构造的波达矩阵, 由特征值获得各信号的多普勒频率, 由各特征值对应的特征向量处理得到对应信号的到达方向. 该方法不需进行谱峰搜索, 运算量小, 能实现信号的方位角、俯仰角和多普勒频率的自动配对, 且具有相当高的分辨率. 给出的计算机仿真结果证实了该方法的有效性.

关键词: 均匀圆阵; 模式激励; 阵列流形; 波达矩阵

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2001)05-0619-03

An Algorithm for Estimating DOA and Doppler Frequency of Signals Incident on Uniform Circular Array

HUANG Haoxue, WU Siliang

(Department of Electronic Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: A new algorithm is presented to estimate the azimuths, elevations and Doppler frequencies of uncorrelated signals incident on a uniform circular array (UCA). Firstly, the mode excitation method is used to transform the manifold matrix of UCA into one with a form similar to that of a uniform linear array (ULA). The estimation of Doppler frequencies and DOA can be obtained from the eigenvalues and the corresponding eigenvectors of the DOA matrix respectively. This method is computationally efficient with comparatively high resolution, with the azimuths, elevations and Doppler frequencies of incident signals easily obtained and automatically combined without spectral search. The performance of this method is demonstrated by simulations.

Key words: uniform circular array; mode excitation method; array manifold; direction of arrival (DOA) matrix

1 引言

近年来, 用阵列信号处理技术实现对远场信号的波达方向 (DOA) 估计和多普勒频率估计一直是人们研究的热点. 本文采用均匀圆形阵列 (UCA) 来实现信号方位角、俯仰角和多普勒频率的估计, 相对于目前研究得最充分的均匀线性阵列, 均匀圆形阵列有着许多的优点, 如圆阵能提供俯仰角的估计, 还可以实现方位角的覆盖. 由于均匀圆阵具有圆对称性, 其方向图在阵列平面上旋转时波束的形状不会有太大改变. 由于圆阵的阵列流形比均匀线性阵复杂得多, 为了简化均匀圆阵的阵列流形, 人们从 60 年代起就提出了模式激励法. 1994 年, Mathew 等人将模式激励法与高分辨算法相结合^[1], 实现了基于均匀圆阵的信号方位角、俯仰角的高分辨估计. 1991 年, 殷勤业等人提出了波达方向矩阵法^[2], 该方法在 Roy 等人提出的 ESPRIT 方法^[3, 4]的基础上, 通过波达方向矩阵的特征分解, 同时获得了阵列流形以及旋转矩阵的估计. 1999 年, 王曙等人以时间为旋转因子, 利用波达矩阵实现了在均匀线性阵列中对信号的一维方位角和频率的同时估计^[5].

本文在模式激励法的基础上, 运用波达方向矩阵法, 实现了信号的方位角、俯仰角和多普勒频率的同时估计, 避免了多维处理中的配对问题, 而且不需要进行谱峰搜索, 运算量小, 有较高的分辨率.

2 均匀圆阵阵列流形的变换

一个均匀圆形阵列, 如图 1 所示, 是各向同性的阵元均匀分布在一个半径为 r 的位于 $x-y$ 平面的圆周上. 采用极坐标系来表示平面波的到达方向, 坐标系的原点位于圆形阵列的圆心位置上, 信号的俯仰角 $\theta \in [0, \pi/2]$ 是 Z 轴与信号入射方向之间的夹角, 而方位角 $\phi \in [0, 2\pi]$ 是从 X 轴沿逆时针方向到信号入射方向在阵列平面投影的夹角. 第 n 个阵元和圆心之间的连线与 X 轴的夹角为 $\psi_n = 2\pi n/N$. 考虑一个窄带平面波, 其俯仰角和方位角分别为 θ_k 和 ϕ_k , 同一时刻第 n 个阵元接收到的信号与圆心处接收到的信号的相位差为:

$$\begin{aligned} \varphi_{ln} &= \frac{2\pi}{\lambda} [x_n \sin\theta_k \cos\phi_k + y_n \sin\theta_k \sin\phi_k + z_n \cos\theta_k] \\ &= \zeta_k \cos(\phi_k - \psi_n) \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $\zeta_k = \frac{2\pi}{\lambda} r \sin\theta_k$, λ 为信号的载波波长. 均匀圆形阵列的数学模型为:

$$\begin{aligned} X(t) &= AS(t) + N(t) \\ A &= [a(1), \dots, a(K)], \\ a(K) &= [e^{j\zeta_k \cos(\phi_k - \psi_0)}, \dots, \\ &e^{j\zeta_k \cos(\phi_k - \psi_{N-1})}]^T \end{aligned} \quad (2)$$

其中, K 为信号源数目, $S(t)$ 是 t 时刻由均匀圆形阵列

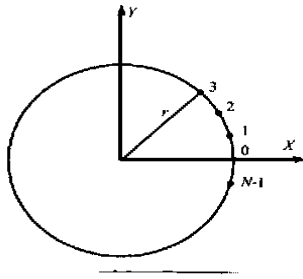


图1 均匀圆形阵列结构

心处对 K 个信号的分别响应组成的列向量, $N(t)$ 是 t 时刻阵列噪声组成的列向量. 阵列流形 A 不符合 Vandermonde 结构, 这使得许多适用于均匀线性阵列的估计方法不能用于均匀圆形阵列. 为了解决这一问题, 可以运用模式激励法^[1]将阵列的输出进行变换:

$$Y(t) = F_e^H X(t) = A_e S(t) + N_e(t) \quad (3)$$

$$F_e^H = C_v V^H \quad (4)$$

其中 $C_v = \text{diag}\{j^{-M}, \dots, j^{-1}, j^0, j^1, \dots, j^M\}$, $V = \sqrt{N} \{w_{-M}, \dots, w_0, \dots, w_M\}$, V 中列向量 $w_m = \frac{1}{N} [e^{jm\psi_0}, e^{jm\psi_1}, \dots, e^{jm\psi_{N-1}}]^H$, $M \approx \frac{2\pi}{\lambda}$ 为模式激励的最大模式数. 由 F_e^H 的定义可得, $F_e^H F_e = I$, 所以阵列噪声乘以一个系数之后二阶统计性能不受影响. 当阵元数 $N > 2M$ 时, 变换后的阵列流形具有下面的近似形式:

$$A_e = [a_e(1), \dots, a_e(K)],$$

$$a_e(k) = [J_m(\zeta_k) e^{-jm\phi_k}, \dots, J_0(\zeta_k), \dots, J_m(\zeta_k) e^{jm\phi_k}]^T \quad (5)$$

其中, $J_m(\zeta)$ 是阶数为 m 的第一类贝赛尔函数.

3 信号源 DOA 和多普勒频率的估计

设 K 个互不相关的远场信号以不同的到达方向射入阵列, 这 K 个信号具有相同载波波长 λ , 多普勒频率分别为 f_k , 阵列噪声为时空高斯白噪声. 此时, 经模式激励变换后的阵列输出为 $Y(t) = A_e S(t) + N_e(t)$, 其中, N_e 仍为时空高斯白噪声. 记

$$\begin{aligned} Z(t) &= Y(t - \tau) = A_e S(t - \tau) + N_e(t - \tau) \\ &= A_e \Phi S(t) + N_e(t - \tau) \end{aligned} \quad (6)$$

其中, 时延 τ 取为 $1/\tau > 2f_{\max}$, f_{\max} 为信号源多普勒频率的最大值; $\Phi = \text{diag}\{e^{-j2\pi f_1 \tau}, \dots, e^{-j2\pi f_K \tau}\}$ 为时间旋转矩阵, 包含了多普勒频率信息; A_e 是阵列流形, 包含了 DOA 信息. Y 的自协方差矩阵、 Z 和 Y 的互协方差矩阵为:

$$R_{YY} = E\{Y(t) Y^H(t)\} = A_e E\{SS^H\} A_e^H + \sigma^2 I = A_e P A_e^H + \sigma^2 I \quad (7)$$

$$R_{ZY} = E\{Z(t) Y^H(t)\} = A_e \Phi E\{SS^H\} A_e^H = A_e \Phi P A_e^H \quad (8)$$

其中, σ^2 为噪声的方差. 由于各个信号的到达方向不同, A_e 为列满秩矩阵, 且信号协方差矩阵 P 为满秩矩阵. 取 $R'_{YY} = R_{YY} - \sigma^2 I$, 定义波达矩阵:

$$R = R_{ZY} R'_{YY} \# \quad (9)$$

其中 $R'_{YY} \#$ 是 R'_{YY} 的一种伪逆, 可由下式求得

$$R'_{YY} \# = \sum_{k=1}^K (\eta_k - \sigma^2)^{-1} u_k u_k^H \quad (10)$$

K 为信号源的数目, η_k 为 R_{YY} 的第 k 个特征值, $\eta_1 \geq \dots \geq \eta_K \geq \eta_{K+1} = \eta_{K+2} = \dots = \eta_{2M+1}$, u_k 为 η_k 所对应的特征向量. 由文[2], 可以证明:

$$R A_e = A_e \Phi \quad (11)$$

可见, 旋转矩阵 Φ 中的对角元素 Φ_{kk} ($k = 1, \dots, K$) 是波达矩阵 R 的特征值, 而阵列流形 A_e 的第 k 列向量 $a_e(k)$ 是该特征值所对应的特征向量. 对 Φ_{kk} 和其对应的特征向量 $a_e(k)$ 进行处理, 就可获得第 k 个信号源多普勒频率和 DOA 的估计. 可见, 通过波达矩阵的特征分解, 可实现信号源 DOA 和多普勒频率的自动配对.

(1) 信号源多普勒频率的估计

因为 $\Phi_{kk} = e^{-j2\pi f_k \tau}$, 所以, 第 k 个信号源的多普勒频率为:

$$f_k = \lfloor \arg(\Phi_{kk}) / (2\pi \tau) \rfloor \quad (12)$$

(2) 信号源 DOA 的估计

由波达矩阵 R 的特征值 Φ_{kk} 对应的特征向量 $a_e(k)$, 可设法得到第 k 个信号源的 DOA 估计, 具体如下:

用 $C_0 = \text{diag}\{(-1)^M, \dots, (-1)^1, 1, \dots, 1\}$ 左乘 $a_e(k)$, 可得:

$$a_0(k) = [J_{-M}(\zeta_k) e^{-jM\phi_k}, J_{-1}(\zeta_k) e^{-j\phi_k}, J_0(\zeta_k), \dots, J_M(\zeta_k) e^{jM\phi_k}]^T \quad (13)$$

取 $a_0^{-1}(k)$, $a_0^0(k)$, $a_0^1(k)$ 分别为 $a_0(k)$ 的第 1 到 $2M-1$ 、第 2 到 $2M$ 、第 3 到 $2M+1$ 个元素组成的 3 个列向量. 根据贝赛尔函数的递推性质^[1]:

$$J_{m-1}(\zeta) + J_{m+1}(\zeta) = (2m/\zeta) J_m(\zeta) \quad (14)$$

$$\text{可得: } \Gamma a_0^0 = \mu_k a_0^{-1} + \mu_k^* a_0^1 \quad (15)$$

其中, $\Gamma = \frac{\lambda}{\pi r} \text{diag}\{-(M-1), \dots, 0, \dots, (M-1)\}$, $\mu_k = \sin\theta_k e^{j\phi_k}$. 求解式(15)的方程就可以求出 μ_k , 从而获得第 k 个信号的俯仰角和方位角的估计:

$$\theta_k = \arcsin(\text{abs}(\mu_k)), \phi_k = \arg(\mu_k) \quad (16)$$

在实际的估计过程中, 根据阵元的有限次快拍数据, Y 的自协方差矩阵、 Z 和 Y 的互协方差矩阵分别估计为 $R_{YY} = \frac{1}{Q} \sum_{i=1}^Q Y(i) Y^H(i)$ 和 $R_{ZY} = \frac{1}{Q} \sum_{i=1}^Q Z(i) Y^H(i)$, Q 为快拍数. 噪声方差估计值 σ^2 可由 R_{YY} 的 $2M+1-K$ 个较小特征值平均求得.

综上所述, 用均匀圆型阵列估计非相关信号源多普勒频率和 DOA 步骤如下:

(1) 通过模式激励法对阵列的输出信号加以变换, 即乘以一个变换矩阵 F_e^H , 得到 $Y(t)$, 并取 $Z(t) = Y(t - \tau)$.

(2) 求出 R_{YY} 与 R_{ZY} 的估计值 \hat{R}_{YY} 与 \hat{R}_{ZY} , 将 \hat{R}_{YY} 进行特征值分解, 获得噪声功率 σ^2 的估计 $\hat{\sigma}^2$, 并由其 K 个最大特征值 η_k ($k = 1, 2, \dots, K$) 和其对应的特征向量 \hat{u}_k ($k = 1, 2, \dots, K$) 按式(10)求出 \hat{R}'_{YY} , 然后求出波达矩阵 \hat{R} .

(3) 对 \hat{R} 进行特征值分解, 得到 $\{(\Phi_{kk}, \hat{a}_e(k)), k = 1, 2, \dots, K\}$.

(4) 分别对 $k = 1, 2, \dots, K$, 由 Φ_{kk} 得到第 k 个信号源的多普勒频率 f_k , 由 $\hat{a}_e(k)$ 得到该信号源俯仰角 θ_k 和方位角 ϕ_k .

4 计算机仿真结果

均匀圆形阵列阵元数 N 和半径 r 的取值应满足 $M \approx 2\pi r/\lambda$ 和 $N > 2M$, 取圆阵半径 $r = 0.95\lambda$, $N = 14$, 采样频率 $F_s = 100\text{Hz}$, 快拍次数 $Q = 100$, 3 个相同功率的空间信号源的俯仰角、方位角和多普勒频率参数分别为 $(12^\circ, 22^\circ, 102\text{Hz})$, $(15^\circ, 22^\circ, 211\text{Hz})$ 和 $(47^\circ, 195^\circ, 337\text{Hz})$. 30 次独立估计所获得的参数其均方根误差随信噪比变化如图 2 所示. 由图可见, 本方法可以将 3 个信号源分辨开. 由于信号源 1 与信号源 2 的 DOA 方向比较接近, 使得低信噪比情况下其参数估计性能比信号源 3 的差一些.

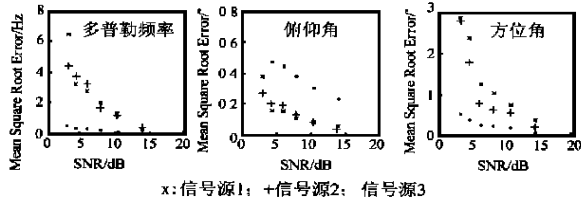


图 2 信号源估计参数的均方根误差随信噪比变化图

5 结论

本文提出了一种基于均匀圆形阵列, 同时估计非相关空间信号源的多普勒频率与 DOA 的方法. 该方法运用模式激励法, 将均匀圆形阵列的阵列流形转化为类似于均匀线性阵列的形式, 以方便利用阵列流形求出信号的方位角和俯仰角. 在此基础上, 利用时延作为旋转因子, 构造波达矩阵 R , 特征分解该矩阵后可得 K 对特征值和特征向量; 对每一特征值进行处理, 可以获得信号源的多普勒频率估计, 对该特征值对应的特征向量进行处理, 可以获得同一信号源的俯仰角和方位角估计, 从而实现了 K 个信号源 DOA 和多普勒频率的自动配对.

本方法计算量小, 不需要进行空间谱搜索, 同时自动完成多普勒频率、方位角和俯仰角的配对. 从仿真结果来看, 该法可以分辨 DOA 较为接近的信号.

参考文献:

- [1] C. P. Mathews, M. D. Zoltowski. Eigenstructure techniques for 2-D angle estimation with uniform circular array [J]. IEEE Trans. on SP, 1994, 42(9): 2395-2407.
- [2] 殷勤业, 邹理和, W. N. Robert. 一种高分辨二维信号参量估计方法波达矩阵法 [J]. 通信学报, 1991, 12(4): 1-7.
- [3] A. Paulraj, R. Roy and T. Kailath. A Subspace rotation approach to signal parameter estimation [J]. Proc of IEEE, 1986, 74(7): 1044-1046.
- [4] R. Roy, T. Kailath. ESPRIT-estimation of signal parameter via rotational invariance technique [J]. IEEE Trans. on ASSP, 1989, 37(7): 984-995.
- [5] 王曙, 周希朗. 阵列信号波达方向-频率的同时估计方法 [J]. 上海交通大学学报, 1999, 33(1): 40-42.

作者简介:



黄浩学 1998 年于北京理工大学获得学士学位, 现为北京理工大学信号与信息处理专业研究生.

吴嗣亮 1995 年获哈尔滨工业大学博士学位. 1996 年至 1998 在北京理工大学雷达技术研究所作博士后研究, 出站后留校. 现为教授、中国电子学会高级会员. 曾获四项部级科技进步奖, 发表论文三十余篇. 目前主要研究方向为现代信号处理的理论与应用、终点弹道测量技术和 DSP 应用技术.